

## Inhoudsopgave Stralingswetten

<i>Straling van het zwarte lichaam</i> .....	1
<i>Waarom kunnen alle lichamen bij elke temperatuur elektromagnetische straling uitzenden?</i> .....	1
<i>Het zwarte lichaam</i> .....	2
<i>Energiedichtheid en Wiens verschuivingswet</i> .....	2
<i>Het Rayleigh-Jeans-model</i> .....	3
<i>Plancks hypothese en de kwantisering van energie</i> .....	4
<i>Betekenis van Plancks resultaat</i> .....	4
<i>Uitstraling van een zwart lichaam in <math>W/m^2</math></i> .....	5
<i>Rekenvoorbeeld bij <math>T = 600 K</math></i> .....	5
<i>Grafiek van <math>P</math> als functie van <math>T</math></i> .....	5
<i>Voorbeeldwaarden bij omgevingstemperatuur van zwarte stralers</i> .....	6

### Straling van het zwarte lichaam

Elke materie zendt en absorbeert elektromagnetische straling uit. Uit de thermodynamica weten we: bevindt het lichaam zich in thermisch evenwicht met zijn omgeving, dan verlopen emissie en absorptie met dezelfde snelheid. Is het lichaam warmer dan zijn omgeving, dan zendt het meer uit dan het absorbeert. Daardoor koelt het af en verwarmt het de omgeving.

### Waarom kunnen alle lichamen bij elke temperatuur elektromagnetische straling uitzenden?

Een vaste stof bezit zelfs bij het absolute nulpunt een zekere inwendige energie: de trillingsenergie van zijn atomen, moleculen of ionen bij 0 Kelvin. De elektronen in deze deeltjes trillen dus ook mee — dat wil zeggen, ze ondergaan een periodisch veranderende versnelling. Deze trillingen vormen de bron van een elektromagnetisch veld, want elektromagnetische golven ontstaan altijd wanneer ladingen worden versneld.

Bij stijgende temperatuur neemt ook de energie van de straling toe. Bij hoge temperaturen bevindt een deel van de uitgestraalde energie zich in het zichtbare gebied van het elektromagnetische spectrum: hoe hoger de temperatuur, des te groter het aandeel van het energierijke, kortgolvlige blauwe licht. Dit kunnen we waarnemen wanneer we een ijzeren staaf verhitten: hij gloeit van donkerrood via helder rood en geel tot wit bij toenemende temperatuur.

De wetten voor de spectrale intensiteitsverdeling van de straling als functie van de temperatuur verkrijgen we door de analyse van het zwarte lichaam (ook bekend als de zwarte straler).

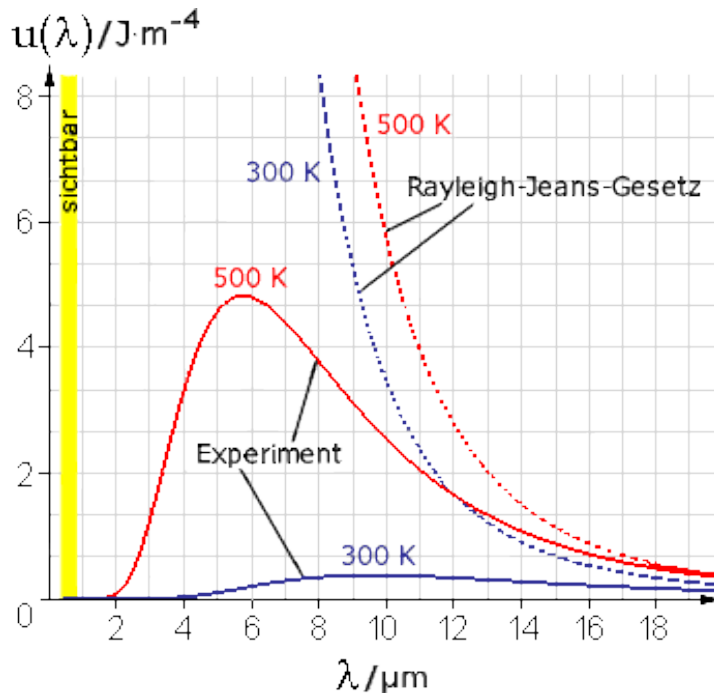
### Het zwarte lichaam

Een zwart lichaam is een systeem dat alle invallende straling volledig absorbeert. Een goede experimentele benadering van een zwart lichaam is een holte met een zeer kleine opening voor de meting. Daarom wordt de straling van een zwart lichaam vaak holtestraling genoemd. De door de opening binnentredende straling wordt door de wanden herhaaldelijk gereflecteerd en vrijwel volledig geabsorbeerd. Wanneer zo'n lichaam wordt verhit, bevindt de straling in de holte zich in thermisch evenwicht met de wanden — dat wil zeggen: de straling wordt in gelijke mate uitgezonden en geabsorbeerd. De uitgestraalde energie hangt niet af van de chemische aard van het zwarte lichaam, maar enkel van de temperatuur.

### Energiedichtheid en Wiens verschuivingswet

Het schema rechts toont de energiedichtheid  $u(\lambda)$  van een zwarte straler bij verschillende temperaturen als functie van de golflengte. De spectrale energiedichtheid geeft aan hoeveel energie een klein golflengtegebied bijdraagt aan de totale uitgestraalde energie bij een bepaalde temperatuur  $T$ . Deze krommen noemen we spectrumverdelingen. De rode kromme in de figuur is de kromme van de maxima van alle spectrumverdelingen. Het maximum van elke curve komt overeen met de golflengte van de meest intens uitgestraalde straling bij die temperatuur. Bij stijgende temperatuur verschuift dit maximum naar kortere golflengten — het lichaam lijkt dus bij toenemende temperatuur van rood naar blauw te verkleuren, terwijl de totale uitgestraalde energie toeneemt.

Het product van de absolute temperatuur  $T$  en de golflengte van de maximale straling  $\lambda_{\text{max}}$  is constant: Wiens verschuivingswet.



### Het Rayleigh-Jeans-model

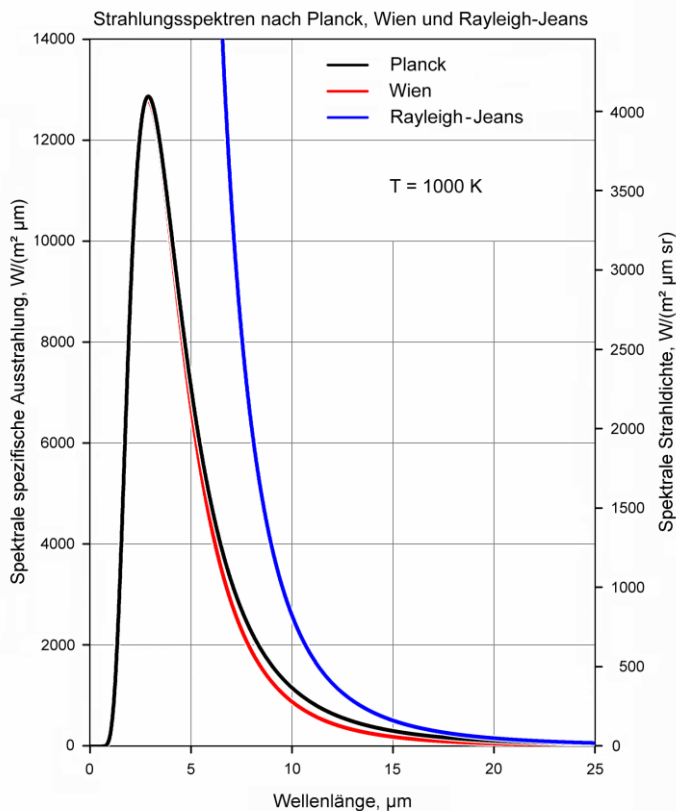
Ons eerste doel is om de experimenteel bepaalde spectrumverdelingen met een formule te beschrijven. Daarvoor beschouwen we de trillingen van elektronen aan het oppervlak van de holte. Volgens Rayleigh en Jeans (1900) kunnen deze elektronen worden gegroepeerd naar frequentie. Bepaalde elektronen trillen dus met een bepaalde frequentie  $\nu$ . Deze trillingen veroorzaken elektromagnetische golven van dezelfde frequentie.

We nemen aan: elk elektron trilt lineair (slechts in één richting) en is dus een lineaire oscillator. Volgens de equipartitiewet van de kinetische gastheorie is de inwendige energie van een lineaire oscillator zijn trillingsenergie  $U_{\text{vib}}$ . Die bestaat uit kinetische en potentiële energie en heeft de waarde  $kT$ , waarbij  $k = 1,38 \times 10^{-23}$  J/K de Boltzmann-constante is.

Volgens de elektromagnetische theorie van Maxwell bestaat er een verband tussen de energie  $U_{\text{vib}}$  en de energiedichtheid  $u(\nu)$ : (1.3)

Zo verkrijgen we voor de spectrale verdeling bij een vaste temperatuur  $T$  het Rayleigh-Jeans-wet (1.4). Bij lage frequenties (lange golflengten) stemt de theorie goed overeen met het experiment, maar bij hoge frequenties (korte golflengten) wijkt ze sterk af. Dit theoretische probleem heet de ultraviolette catastrofe: volgens de klassieke fysica zouden zelfs koude voorwerpen zichtbaar of zelfs röntgen- en gammastraling uitzenden — het zou nooit donker worden!

## Plancks hypothese en de kwantisering van energie

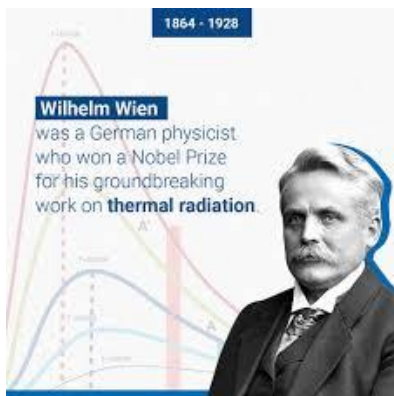


Om een formule te vinden die voor alle frequenties geldt, moest men aannemen dat de energie van een elektromagnetische oscillator met frequentie  $\nu$  niet continu is, maar alleen in discrete waarden kan voorkomen. Volgens Max Planck (1900) kan een oscillator energie alleen opnemen of afgeven in hele veelvouden van:  $E = n h \nu$  (1.5), met  $n = 0, 1, 2, 3, \dots$  en  $h =$  Plancks constante.

Het kleinste energieverval tussen twee toestanden is dus precies  $h\nu$  — het zogenaamde kwantum van energie. Dit idee, de kwantisering van energie, maakte het mogelijk de experimentele spectra correct te beschrijven. Planck verving de klassieke waarde  $U_{\text{vib}} = kT$  door (1.6) en verkreeg daaruit de Planckse stralingsformule (1.7).

## Betekenis van Plancks resultaat

De klassieke fysica veronderstelt dat energie gelijkmatig over oscillatoren van alle frequenties wordt verdeeld. Dat leidt tot de ultraviolette catastrofe. Planck stelde daarentegen dat oscillatoren alleen aangeslagen kunnen worden als ze minstens een energie  $h\nu$  ontvangen. Voor hoge frequenties is dus veel meer energie nodig — te veel om bij normale temperaturen te verkrijgen. Zo verklaarde hij waarom hoge frequenties nauwelijks voorkomen in de uitgezonden straling.



Bijvoorbeeld: om UV-straling te produceren, is een temperatuur van ongeveer 159 500 K nodig — ver boven de grenzen waarbij materie stabiel blijft.

Planck leidde zijn stralingsformule in 1900 af met middelen uit de statistische thermodynamica. In 1917 gaf Albert Einstein een eenvoudiger afleiding op basis van zijn fotonhypothese uit 1905. Die vormt een treffend voorbeeld van de nauwe samenhang tussen optica, thermodynamica en statistiek.

## Uitstraling van een zwart lichaam in W/m<sup>2</sup>

In dit document tonen we hoe de uitstraling (uitgestraald vermogen per oppervlak) van een zwart lichaam afhangt van de temperatuur volgens de wet van Stefan-Boltzmann. De relatie wordt gegeven door:

$$P = \sigma \cdot T^4$$

waarbij:

- P het uitgestraalde vermogen per oppervlakte-eenheid is (W/m<sup>2</sup>)
- $\sigma$  de Stefan-Boltzmann-constante is ( $\sigma = 5,67 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2\text{K}^4$ )
- T de absolute temperatuur in Kelvin (K) is

## Rekenvoorbeeld bij T = 600 K

We gebruiken de formule  $P = \sigma \cdot T^4$  met  $T = 600 \text{ K}$ :

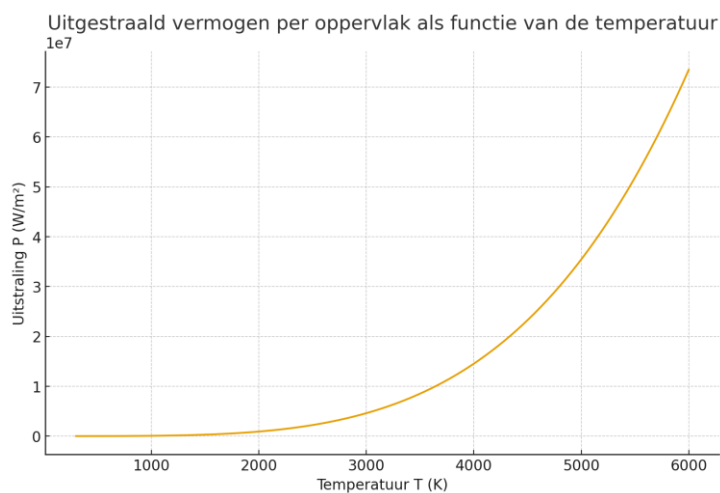
1. Bereken  $T^4$ :  $600^4 = 600 \times 600 \times 600 \times 600 = 1,296 \times 10^{11}$

2. Vul in:  $P = 5,67 \times 10^{-8} \times 1,296 \times 10^{11} \approx 7,35 \times 10^3 \text{ W/m}^2$

Daarom is de uitstraling ongeveer:  $P \approx 7.350 \text{ W/m}^2$

## Grafiek van P als functie van T

In onderstaande grafiek wordt de uitstraling P (W/m<sup>2</sup>) uitgezet tegen de temperatuur T (K) voor een bereik van 300 K tot 6000 K.



## Voorbeeldwaarden van zwarte stralers en gewone objecten

### Zwarte stralers bij absoluut heldere hemel zonder wolken

$P = \sigma \cdot T^4$ $\sigma = 5,67 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2\text{K}^4$ Stefan Boltzman		
K	oC	Uitstraling naar hemel W/m <sup>2</sup>
250	-23	225
260	-13	263
270	-3	306
280	7	354
290	17	407
300	27	467

Doordat er wel wolken zijn en de objecten in het dagelijks leven niet zwarte stralers zijn met een emissie coëfficiënt van 1 zijn de uitstralingswaarden lager.

Zie tabel hieronder

### Straling van gewone objecten

Materiaal	$\epsilon$ (-)	Uitstraling bij 2 °C ( $\epsilon\sigma T^4$ ) [W/m <sup>2</sup> ]	Netto helder (2 °C, -20 °C hemel) [W/m <sup>2</sup> ]	Netto bewolkt (2 °C, 0 °C hemel) [W/m <sup>2</sup> ]	Netto helder (0 °C, -20 °C hemel) [W/m <sup>2</sup> ]
Gras	0,97	315,3	89,4	9,1	79,6
Pannendak (klei)	0,9	292,5	82,9	8,4	73,9
Autodak – metallic lak	0,5	162,5	46,1	4,7	41,1
Autodak – gewone lak	0,94	305,5	86,6	8,8	77,2
Klei (bodem)	0,9	292,5	82,9	8,4	73,9
Zand	0,76	247	70	7,1	62,4
Asfalt brugdek	0,93	302,3	85,7	8,7	76,4

Netto = effectief warmteverlies door straling. Uitstraling minus terug straling

*We zien dus dat, autodaken, bruggen en gras snel rijp kunnen vormen door warmteverlies en zo kouder worden dan de omgeving.*